

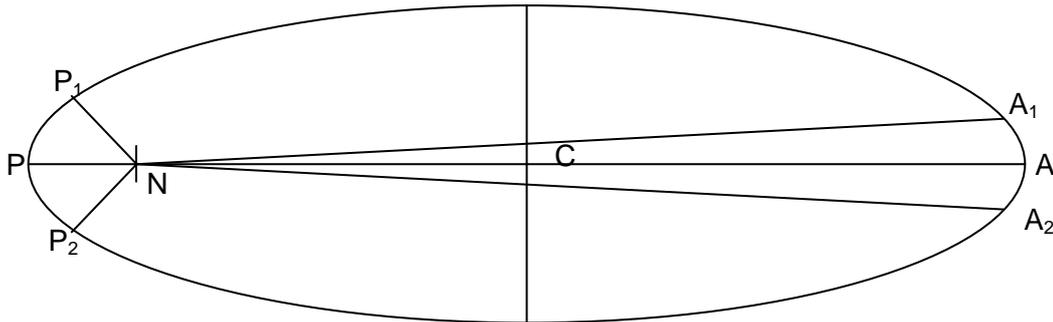
**1. Le mouvement des satellites**

1.1. D'après le texte, « *L'orbite de Triton est circulaire* ». Choisir parmi les propositions suivantes le référentiel dans lequel est décrite cette orbite : **(1pt)**

- a. héliocentrique                      b. néreïdocentrique                      c. neptunocentrique                      d. géocentrique

**Dans le texte, il est précisé que Triton est un satellite de Neptune. L'astre attracteur est donc Neptune : le référentiel d'étude est le centre de Neptune, c'est un référentiel neptunocentrique.**

1.2. La trajectoire de Néréïde est représentée sur la figure ci-dessous. On considère les aires balayées par le segment reliant Neptune à Néréïde pendant une même durée en différents points de l'orbite. Elles correspondent aux aires des surfaces formées par les points N, P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> autour du péricentre P d'une part et N, A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> autour de l'apocentre A d'autre part.



1.2.1. En quoi cette figure montre-t-elle que Néréïde vérifie la 1<sup>o</sup> loi de Kepler ? **(1 pt)**

**D'après la 1<sup>o</sup> loi de Kepler, la trajectoire de Néréïde est une ellipse dont Neptune est l'un des foyers. Sur la figure, on observe que la trajectoire de Néréïde est effectivement une ellipse. Neptune et Néréïde sont reliés par un segment dont la longueur varie, ce qui indique que le point N représente Neptune et figure un des foyers de l'ellipse, différent de son centre C.**

1.2.2. Quelle relation relie les aires décrites dans l'énoncé ? **(2 pts)**

**D'après la 2<sup>o</sup> loi de Kepler, le segment reliant le centre de Neptune au centre de Néréïde balaie des aires égales en des temps égaux. On en déduit que les aires des surfaces formées par les points N, P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> d'une part et N, A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> d'autre part sont égales.**

1.2.3. Comparer alors les vitesses de Néréïde aux points A et P. **(2 pts)**

**Pendant une même durée, Néréïde passe de P<sub>1</sub> à P<sub>2</sub> d'une part, puis de A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> d'autre part. Or, la distance parcourue de A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> est plus petite que celle de P<sub>1</sub> à P<sub>2</sub>. Donc, Néréïde va plus vite au point P qu'au point A. **(1pt)****

1.3. D'après le texte, « *Triton fait le tour de Neptune en un temps beaucoup plus bref* » que Néréïde. On souhaite déterminer la période de révolution  $T_{Tri}$  de Triton pour vérifier cette affirmation.

1.3.1. Énoncer la troisième loi de Kepler. **(1pt)**

**La troisième loi de Kepler énonce que le rapport du carré de la période de révolution d'un système autour d'un astre attracteur par le cube du demi-grand axe de l'ellipse trajectoire est une constante pour un astre attracteur donné.**

1.3.2. En déduire une relation entre les périodes de révolution  $T_{Tri}$  de Triton et  $T_{Nér}$  de Néréide en fonction de  $R_{Tri}$  et  $a_{Nér}$ . (2 pts)

**Triton et Néréide sont deux satellites de Neptune, donc, d'après la 3<sup>e</sup> loi de Kepler,  $\frac{T_{Tri}^2}{(R_{Tri})^3} = \frac{T_{Nér}^2}{(a_{Nér})^3}$**

1.3.3. Déterminer  $T_{Tri}$ . L'affirmation du texte est-elle vérifiée ? (2 pts)

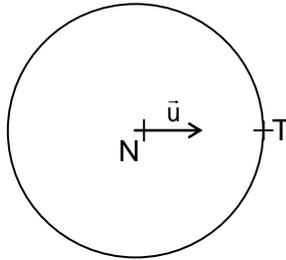
$$T_{Tri}^2 = \frac{T_{Nér}^2}{(a_{Nér})^3} \times (R_{Tri})^3 \quad \text{donc} \quad \boxed{T_{Tri} = T_{Nér} \times \left(\frac{R_{Tri}}{a_{Nér}}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

**A.N : (0,5 pt)  $T_{Tri} = 360 \times \left(\frac{3,547 \times 10^5}{5513 \times 10^3}\right)^{\frac{3}{2}} = \underline{5,87 \text{ jours.}}$**

**La période de révolution de Triton est environ 50 fois plus petite que celle de Néréide, donc beaucoup plus faible.**

## 2. Le mouvement de Triton

L'orbite de Triton est circulaire. On appelle N le centre d'inertie de Neptune, T le centre d'inertie de Triton et  $\vec{u}$  vecteur unitaire de direction (NT).



2.1. En utilisant les notations de l'énoncé et de la figure ci-dessus, donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle  $\vec{F}$  exercée par Neptune sur son satellite Triton et représenter cette force sur un schéma. (2 pts)

**D'après la loi de la gravitation universelle de Newton :**  $\boxed{\vec{F} = -G \cdot \frac{M_{Tri} \times M_N}{(R_{Tri})^2} \vec{u}}$

**Le vecteur force doit avoir pour origine T et être orienté vers N.**

2.2. Le mouvement de Triton étant uniforme, établir l'expression littérale de sa vitesse  $V$  sur son orbite en fonction des grandeurs  $M_N$ ,  $R_{Tri}$  et  $G$ . (4 pts)

**D'après la deuxième loi de Newton appliquée à Triton dans le référentiel neptunocentrique considéré comme galiléen :**

$$M_{Tri} \vec{a}_{Tri} = \vec{F} \quad \text{donc : } M_{Tri} \vec{a}_{Tri} = -G \cdot \frac{M_{Tri} M_N}{R_{Tri}^2} \vec{u} \quad \text{soit : } \boxed{\vec{a}_{Tri} = -G \cdot \frac{M_N}{R_{Tri}^2} \vec{u}}$$

**Or, le mouvement est uniforme, ce qui signifie que l'accélération est radiale centripète, elle n'a pas de composante tangentielle.**

**Par conséquent :**  $\vec{a}_{Tri} = -\frac{V^2}{R_{Tri}} \vec{u}$

**donc :**  $-\frac{V^2}{R_{Tri}} \vec{u} = -G \cdot \frac{M_N}{R_{Tri}^2} \vec{u} \quad \text{soit : } \frac{V^2}{R_{Tri}} = G \cdot \frac{M_N}{(R_{Tri})^2}$

donc : 
$$V = \sqrt{\frac{G \times M_N}{R_{Tri}}}$$

2.3. Montrer que la masse de Neptune  $M_N$  peut s'exprimer en fonction de la période de révolution de Triton  $T_{Tri}$ , de  $R_{Tri}$  et  $G$ . (2 pts)

La période de révolution est la durée mise par un satellite pour faire le tour de son astre attracteur, on peut donc écrire :

$$T_{Tri} = \frac{2\pi R_{Tri}}{V} \quad \text{Or : } V = \sqrt{\frac{G \times M_N}{R_{Tri}}} \quad \text{Donc : } T_{Tri} = \frac{2\pi R_{Tri}}{\sqrt{\frac{G \times M_N}{R_{Tri}}}} \quad \text{soit : } \sqrt{\frac{G \times M_N}{R_{Tri}}} = \frac{2\pi R_{Tri}}{T_{Tri}} \quad \text{d'où :}$$

$$M_N = \frac{(2\pi)^2 R_{Tri}^3}{G T_{Tri}^2}$$

2.4. Calculer la valeur de  $M_N$ . (1 pt)

A.N : 
$$M_N = \frac{(2\pi)^2 (3,547 \times 10^8)^3}{6,67 \times 10^{-11} (5,87 \times 86400)^2} = 1,03 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

### Titrage de l'acide carboxylique

1.1. Équation de la réaction support du titrage :  $R-COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = R-COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

1.2. À l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, ils sont alors totalement consommés. Il y a changement de réactif limitant.

1.3. On utilise la méthode des tangentes (voir description dans le cours). On mesure  $V_{bE} = 10,0 \text{ mL}$ .

1.4.

À l'équivalence :

$n_a = n_b$  donc

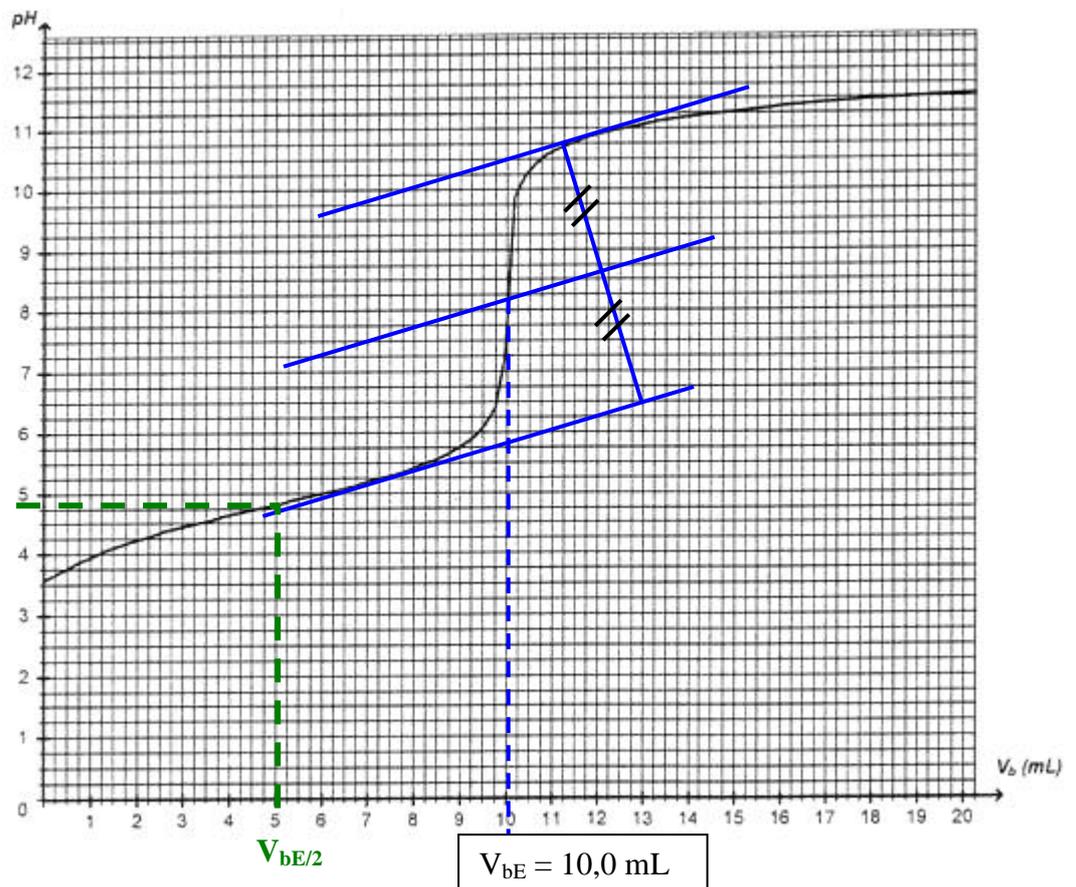
$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$

soit 
$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a}$$

$$C_a = \frac{2,5 \times 10^{-2} \times 10,0}{50,0}$$

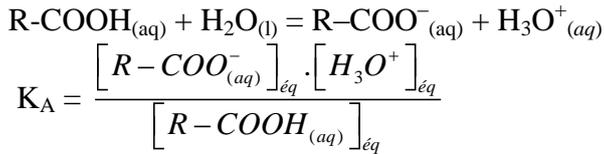
$$C_a = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

2.5.  $pH = pK_A = 4,8$



## 2. Identification de l'acide carboxylique R-COOH

2.1. La constante d'acidité est la constante d'équilibre du couple de la réaction de l'acide du couple avec l'eau :



2.3.1. Pour  $V_b = \frac{V_{\text{bE}}}{2}$  (demi-équivalence), il reste de l'acide R-COOH non consommé, les ions hydroxyde versés sont totalement consommés. **HO<sup>-</sup> est le réactif limitant.**

2.3.2. HO<sup>-</sup> est le réactif limitant donc  $C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2} - x_f = 0$  donc  $x_f = C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2}$ .

2.3.3.  $[\text{R-COO}^-]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{V_a + \frac{V_{\text{bE}}}{2}} = \frac{C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2}}{V_a + \frac{V_{\text{bE}}}{2}}$

$$[\text{R-COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_a \cdot V_a - x_f}{V_a + \frac{V_{\text{bE}}}{2}}, \text{ comme } C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{\text{bE}} \text{ et } x_f = C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2},$$

$$\text{alors } [\text{R-COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_b \cdot V_{\text{bE}} - C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2}}{V_a + \frac{V_{\text{bE}}}{2}} = \frac{C_b \cdot \frac{V_{\text{bE}}}{2}}{V_a + \frac{V_{\text{bE}}}{2}},$$

on vérifie bien que  $[\text{R-COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{R-COOH}]_{\text{éq}}$

2.4 Par définition:  $\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{[\text{R-COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{R-COOH}]_{\text{éq}}}$  or  $[\text{R-COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{R-COOH}]_{\text{éq}}$

$$\text{Donc } \text{pH} = \text{pK}_A + \log 1$$

$$\text{pH} = \text{pK}_A \quad \text{pour } V_b = \frac{V_{\text{bE}}}{2}$$

2.5. Graphiquement (voir ci-dessus) pour  $V_b = \frac{V_{\text{bE}}}{2} = 5,0 \text{ mL}$ , on lit  $\text{pH} = 4,8$ .

Donc **pK<sub>A</sub> = 4,8**.

Parmi les acides proposés, l'**acide éthanoïque H<sub>3</sub>C-COOH** est celui qui correspond à l'acide inconnu puisqu'il possède un tel pK<sub>A</sub>.